

第5章

ツール2

位相

周波数によって変わる、電圧と電流の大きさ/位相の関係を実験 位相で考えるコンデンサ/コイル + 抵抗のインピーダンスの変化

本章ではひきつづきツール2の「位相」について説明します。第4章では位相を「同じ周期の二つの波形の時間的な位置ずれ」として、その視点から説明してきました。本章では、この位相と「交流回路で電流を妨げる抵抗に相当する量」すなわちインピーダンスとの関係を、周波数という点も含めて、さらに深く掘り下げてみます。

5-1

ピタゴラスの定理による電流合成から 位相の周波数変化を理解する

前章にひきつづき、「並列回路で説明している」, 「並列回路は電圧波形が位相の基準」, 「位相の異なる電流の合成」という視点が、以降の説明を理解する重要ポイントです。

まずはじめに前章の並列接続での電流の合成について、いったんおさらいしておきましょう。

図5-1の回路は、実効値10Vの交流電圧源に、抵抗220Ωとコンデンサ33μFがつながっています。前章の図4-8(b)と接続は同じですが、異なる条件で理解できるように、抵抗Rの大きさだけを変えています。

実際の電子回路では、コイルよりもコンデンサが多用されるのでコンデンサを例としています。

●二つの電流波形は位相が異なるため瞬間ごとの足し算(合成)になる

▶並列回路は電圧波形を位相の基準にして考えよう

図5-1と図5-2を見ながら読んでください。交流電圧源Vの周波数を50Hzとします。抵抗に流れる電

流の実効値 I_R は0.045Aです。コンデンサに流れる電流の実効値 I_C は0.10Aです。

これらの図を見るとききの注意点は、特に並列回路では電流ではなく電圧波形を位相の基準にして考えるということです。図5-2に示すように I_C は、Vや I_R と比較して位相が90°進んでいます。また、

- リアクタンス X_C は周波数 f の関数なので、以下の式のように周波数に反比例して小さくなる

$$X_C = \frac{1}{2\pi fC} \dots\dots\dots (5-1)$$

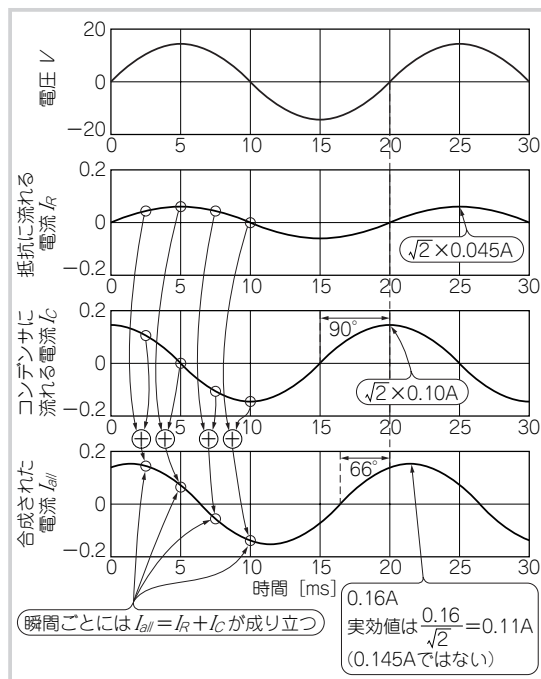


図5-2 交流電圧源の正弦波の電圧V, 抵抗に流れる電流 I_R , コンデンサに流れる電流 I_C (時間波形)
 コンデンサの電流 I_C は、V、 I_R と比較して位相が90°進んでいる。合成電流 I_{all} は瞬間、瞬間の足し算/合成。 I_{all} の実効値は0.11Aで I_C 、 I_R の実効値同士の足し算0.145Aではない。

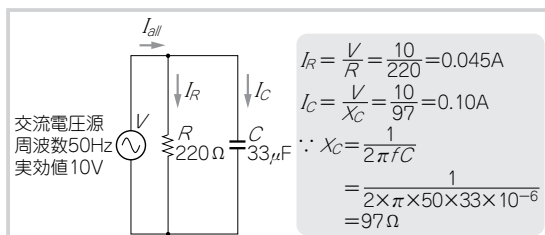


図5-1 抵抗(220Ω)とコンデンサ(33μF)の並列回路
 位相について並列回路でおさらいしておく。前章の図4-8と比較すると、抵抗を51Ωから220Ωに変えてあり、違いを比べてもらいたい。



- したがって、電流量 I_C は周波数に比例して大きくなる
- $I_R = 0.045 \text{ A}$, $I_C = 0.10 \text{ A}$ は実効値であり、図中のピークの大きさは、それぞれの $\sqrt{2}$ 倍

などに注意が必要です。なお、損失は生じないが電流を妨げる量であるリアクタンスは、一般的に記号 X が用いられます。

▶瞬間瞬間の足し算(合成)を時間波形のうえで計算してみる

図5-1の回路全体の電流 I_{all} は、図5-2のように「瞬間ごとの足し算」で求められます。この実効値は 0.11 A で(図中の電流ピーク値は実効値の $\sqrt{2}$ 倍なので 0.16 A)、実効値同士の足し算の 0.145 A ではありません。

なお、図5-1の回路は並列回路なので、合成されるものは電流ということもポイントです。

▶瞬間瞬間の足し算(合成)をピタゴラスの定理として考えてみる

この I_{all} は、図5-3のような直角に交わる矢印①(電流 I_R ; 矢印の長さは実効値の 0.045 A に相当する)、矢印②(電流 I_C ; 矢印の長さは実効値の 0.10 A に相当する)が作る合成の大きさ 0.11 A に相当します。この場合、位相は $+66^\circ$ になります。

このように、抵抗に流れる電流 I_R と、コンデンサに流れる電流 I_C との合成 I_{all} は、ピタゴラスの定理そのものです。

● 什么时候位相会变化的呢

二つの矢印 I_R , I_C のどちらかの長さが変われば, I_{all} の位相と電流量は変化します。交流でこの長さが変わる

るのは, 下記の条件のときです。

- 純抵抗の大きさが変わる
- リアクタンス(コンデンサの容量)が変わる
- 周波数が変わる

上の二つは当然でしょうが, 三つ目の「周波数が変わる」についてももう少し考えてみましょう。

5-2 周波数が増えると電流の大きさと位相量が増えインピーダンスも増える

もう一歩踏み込んで, 周波数が増えたときに, 電流 I_{all} の位相がどのように変化するか, さらにインピーダンスとの関係を考えてみましょう。この話は後述する「周波数特性」と深く関係しています。さて,

- ① 抵抗に流れる電流 I_R の位相は $+0^\circ$ (電圧と同じ位相)
- ② コンデンサに流れる電流 I_C の位相は $+90^\circ$ (周波数が増えても $+90^\circ$ のまま)

ですが, この抵抗/コンデンサはそれぞれ, 電流を妨げる要素であるインピーダンスのうち,

- ① 抵抗 \rightarrow 純抵抗相当量
- ② コンデンサ \rightarrow リアクタンス相当量になります。

● 周波数が増えたときに合成電流 I_{all} の位相はどのように変化するの

図5-1では交流電圧源の周波数を 50 Hz だとしました。これが 0.5 Hz , 5 Hz , 50 Hz , 500 Hz , 5 kHz (5000 Hz) となったときの純抵抗量, コンデンサのリアクタンス量, 電流量 I_R , I_C , I_{all} , そして I_{all} の位相

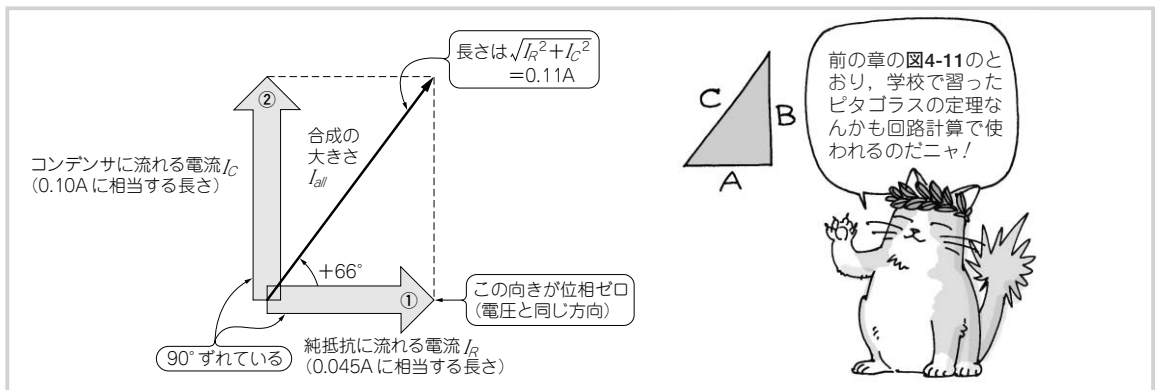


図5-3 直角に交わる I_R の矢印①と I_C の矢印②が作る合成の大きさが I_{all} ...これはピタゴラスの定理そのものだ I_{all} は直角に交わる矢印①(電流 $I_R = 0.045 \text{ A}$)と矢印②(電流 $I_C = 0.10 \text{ A}$)が作る合成の大きさ 0.11 A 。ピタゴラスの定理そのもの。位相は $+66^\circ$ 。

第6章

ツール3

複素数

位相と電流の二つを変えるインピーダンスを一つの記号で一括処理 変化する位相 θ° 回るインピーダンス そして $e^{j\theta}$

本章から3章に分けて、複素数について説明します。ここで回路理論の勉強に挫折する人も多いと思われる。そこで本書では、複素数自体の数学的な考え方を説明するよりも、実際に複素数を利用する目的である、インピーダンスや位相とのつながりや使い方を絞って説明していきます。

実際問題、回路は複素数で動いているわけではありません。われわれプロの電子回路設計技術者が行う回路計算で、複素数は計算を正確かつ簡単に数式上で取り扱えるようにするためのツールのようなものです。

複素数というツールの使い方がわかった時点で、単純と思われるオームの法則で、交流回路とインピーダンスの計算をすべて制覇することができるのです。

まず本章では、複素数での極座標形式 $e^{j\theta}$ (定型フォームという考えで説明をする) について掘り下げていきます。今の時点では「複素数とは何か」、「虚数とは何か」は理解していなくてもかまいません。途中で少しずつ示していきます。

6-1

交流電圧/電流波形と位相のおさらい

ここまで説明してきたとおり、位相は、同じ周期の二つの波形の時間的な位置ずれです。電圧と電流の時間的な相互関係を表すことが一般的といえるでしょう。また回路の入力と出力の間の、周波数ごとの相対関係を「周波数特性」として増幅度とともに示すことにも使われます。

「位置ずれ」という表現でもわかるように、位相という量は絶対的な量、例えば1 mとか1 kgとかいう量ではありません。相対的な差(時間的な位置ずれ)を示す量です。

●交流波形を数式で表しておく

図6-1(a)のような交流電圧波形(余弦波；コサイン波) $v(t)$ を式で表すと、次のようになります。

$$v(t) = \sqrt{2} \times 10 \times \cos(2\pi 50t) \text{ [V]} \quad \dots\dots\dots (6-1)$$

$\underbrace{\hspace{1.5cm}}_V \quad \underbrace{\hspace{1.5cm}}_f$

ここで、 V は実効値[V] (RMS；root mean squareの略で実効値のこと。また $V = 10$ Vで、図中ではピーク値が $\sqrt{2}$ 倍で14 Vになっている)、 π は円周率(3.1415...)、 f は周波数[Hz] ($f = 50$ Hzとしている。周期にすれば20 ms)、 t は時間[sec]です。

波形の式と実効値の V とを区別するために、波形の式は $v(t)$ と小文字にしています。電流も $i(t)$ とし

ています。

▶角度は $0 \sim 2\pi$ rad という弧度法で表記する

図6-1(a)に $0 \sim 2\pi$ が入っているのは第4章のコラム4-1でも説明しましたが、ここでは弧度法 ($0 \sim 2\pi$ rad；radは「ラジアン」と読む) で表記するため、 $\cos \theta$ という関数への入力変数 θ として「 θ を弧度法で表現するのか、度数法 ($0 \sim 360^\circ$) にするのか？」の答えとして「弧度法で表現する」というだけのことです。 $\cos 30^\circ$ でもかまいませんが、 $e^{j\theta}$ (「イー・ジェー・シータ」と読む) の形で位相を考える際に弧度法を使うので、ここでも弧度法を使います。

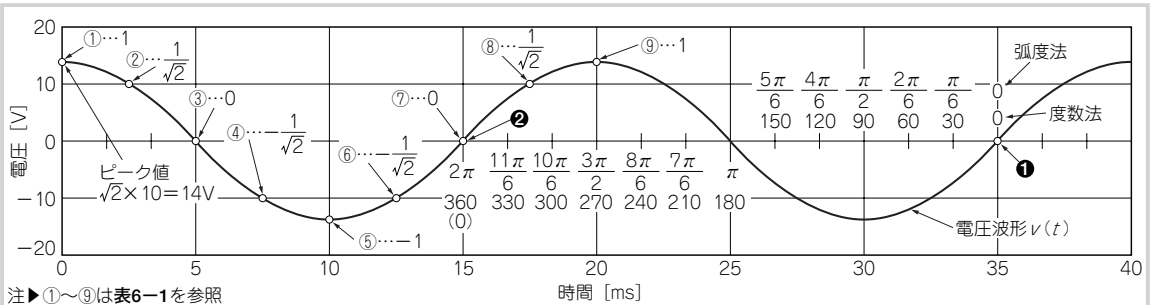
第4章と第5章では、現場でよく使われる度数法で説明しました。しかし本章以後では上記の理由により弧度法で表記します。

ところで、「式(6-1)のように、 \cos 関数への入力変数を $2\pi ft$ とすれば、目的の波形になるの？」と思うかと思います。表6-1に図6-1(a)との関係も含めて、確認として例を示しておきましょう。表6-1と図6-1で f は周波数[Hz]、 t は経過時間[ms]です。これらの関係から $\theta = 2\pi ft$ で \cos の角度(位相量)になることがわかります。

またサイン波を使わずに、コサイン波を使うのは理由があります。以下で説明していきますが、ここでは「そういうものなのね」と思ってもらえればOKです。

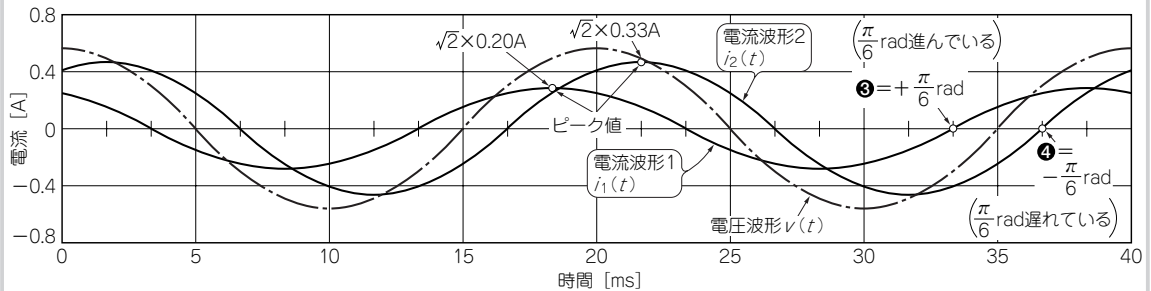
●位相は二つの波形の時間的な位置ずれだ

さて、図6-1(a)の交流電圧波形 $v(t)$ がゼロ・レベ



注▶①～⑨は表6-1を参照

(a) 交流電圧波形(余弦波：コサイン波)の1周期に弧度法の0～ 2π rad(度数法で0～ 360°)で目盛りを付ける



(b) 位相が $\pi/6$ rad(30°) 進んでいる電流波形 $i_1(t)$ と遅れている $i_2(t)$ を図中に重ねる

図6-1 目盛りを振って二つの波形を比較する…それが位相になる(周波数は50 Hz)

(a)は電圧波形, (b)はそれに電流波形の例を二つ重ね合わせた。ピークをさしているのが実効値の $\sqrt{2}$ 倍で表記している。前章までは度数法だったが、ここからは弧度法(0～ 2π rad)を使う。

ルを下から上に横切るところを基準として考えます。①から②まで弧度法と度数法で目盛りをつけてみます。位置①から過去の時間に向かって目盛りを振っていきます。

▶同じ周期の電流波形を重ねて考える

図6-1(a)の電圧波形 $v(t)$ に、図6-1(b)のように、時間的に位置ずれした同じ周期の電流波形 $i_1(t)$ と $i_2(t)$ を、重ね合わせてみます。

$i_1(t)$ は、③のところまでゼロ・レベルを下から上に横切っています。このとき位置③は $+\pi/6$ rad になります。基準波形 $v(t)$ と比較して、 $i_1(t)$ は時間的に先にゼロ・レベルを横切るので、時間的に先に動いていると言え、「 $\pi/6$ rad(30°) 進んでいる」と表現します。これが位相です。

$i_2(t)$ の④は、③と時間的に逆の関係で「 $\pi/6$ rad(30°) 遅れている」といいます。進みや遅れは π rad(180°) を境にします。

それぞれ式で示すと、次のとおりです。

$$i_1(t) = \sqrt{2} \times 0.20 \times \cos(2\pi 50t + \pi/6) \text{ [A]} \cdots (6-2)$$

$$i_2(t) = \sqrt{2} \times 0.33 \times \cos(2\pi 50t - \pi/6) \text{ [A]} \cdots (6-3)$$

ここで0.20 A, 0.33 Aは電流波形 $i_1(t)$, $i_2(t)$ の実効値です。このように式というのは、図6-1(b)の波

表6-1 $2\pi ft$ で目的の波形が出せることを確認する

「式(6-1)のように、 \cos 関数への入力変数を $2\pi ft$ とすれば、目的の波形になるの？」という疑問に図6-1(a)との関係も含めて答える。 $\theta = 2\pi ft$ で \cos の角度(位相量)になることもポイント。コサイン波を使うのは理由がある(コラム6-4参照)。周波数 $f = 50$ Hz(周期にすれば20 ms)とした。

t	$ft (= 50 \times t)$	$2\pi ft$	$\cos(2\pi ft)$	図6-1の位置
0 ms	0	0	1	①
2.5 ms	0.125(1/8)	$\pi/4$	$1/\sqrt{2}$	②
5 ms	0.25(1/4)	$\pi/2$	0	③
7.5 ms	0.375(3/8)	$3\pi/4$	$-1/\sqrt{2}$	④
10 ms	0.5(1/2)	π	-1	⑤
12.5 ms	0.625(5/8)	$5\pi/4$	$-1/\sqrt{2}$	⑥
15 ms	0.75(3/4)	$3\pi/2$	0	⑦
17.5 ms	0.875(7/8)	$7\pi/4$	$1/\sqrt{2}$	⑧
20 ms	1	2π	1	⑨

形の動き(形)を記号で示しているだけなのです。

▶位相は $2\pi ft$ にただ足し算するだけ

式(6-2)と式(6-3)のカッコの中を見てください。なお $2\pi 50t = 2\pi ft$ [rad] です。位相 $\pm \pi/6$ rad は、 $2\pi ft$ の項にただ足されるだけです。つまりカッコの中はすべて角度/位相で、 $2\pi ft$ の項でさえも角度量/位相量 $\theta = 2\pi ft$ [rad] であり、 \cos の角度量(位相量)になっているからです。

第7章

ツール3
複素数

VとIの位相関係をオームの法則で扱うために コンデンサとコイルのインピーダンスは $e^{j\theta}$ を使って表す

電子回路自体は、足す/引く/掛ける/割るを基本として動いています。別に複素数で動いているわけではありません。回路計算に複素数を使うため「回路はとても難しい動きをしているんだろう」と錯覚しがちですが、それは違います。回路計算で複素数が用いられるのは、数式上での計算を簡単に取り扱えるようにするための、計算方法の置き換えなのです。

そして「複素数というツール」の使い方がわかった時点で、単純と思われるオームの法則で、交流回路と、その交流回路での「電流を妨げる量」であるインピーダンスの計算をすべて制覇することができるのです。

本章では、第6章に続いて、実際の複素数の表記方法と計算について考えていきます。実際の素子が接続された状態と複素数がどのように関係しているかを見ていきましょう。

7-1 コイル/コンデンサの リアクタンス量を±jで表す

リアクタンス X はインピーダンス Z の一要素です。リアクタンスは一般的に記号 X が用いられ、単位はオーム $[\Omega]$ です。リアクタンスは $e^{j\theta}$ ではどうなるでしょうか。第6章でも説明しましたが、本章の大切な点なのでここでおさらいも含めて進めていきましょう。

さて、あらためて図7-1に、コイル、コンデンサ

(リアクタンス量 X_L, X_C となる)に加わる電圧 V と、流れる電流 I の関係を示しておきます。電圧 V 、電流 I は実際の大きさでなく記号 V, I で示しています。

●電流の位相が $\pi/2$ rad 遅れているコイルでは…

コイルは図7-1(a)や(c)のように、電流 I の位相が電圧 V に対して $\pi/2$ rad 遅れています。これを、

$$I = V/X_L$$

$$Ve^{j0} [V] \Leftrightarrow \text{オームの法則} \Leftrightarrow Ie^{-j\pi/2} [A]$$

として、第6章でも説明したように、電流を妨げる要

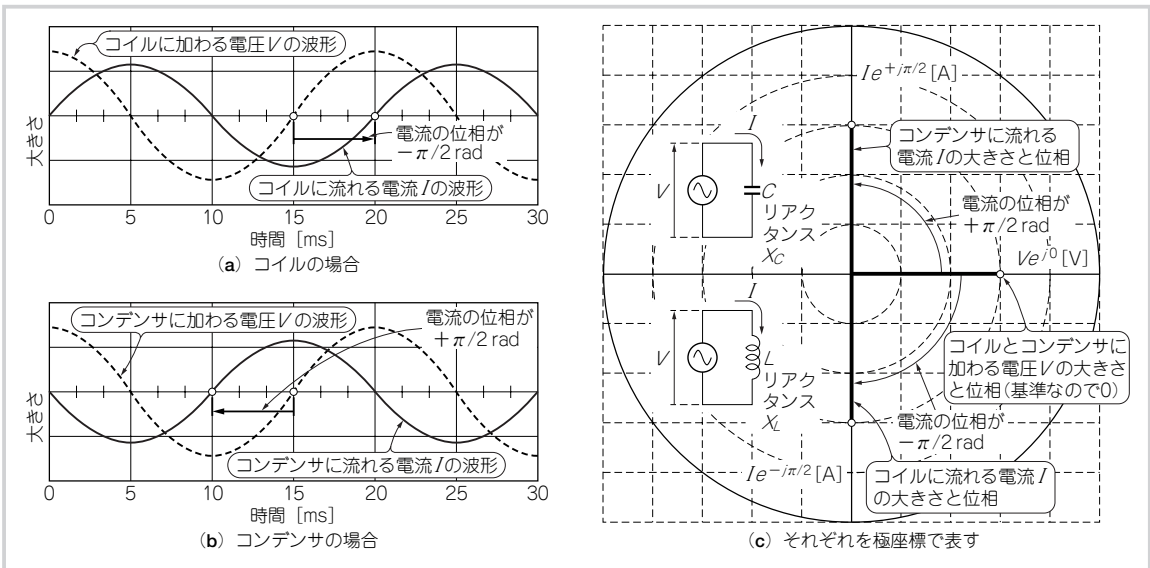


図7-1 コイルやコンデンサに加わる電圧と流れる電流の関係(周波数は50 Hz)
コイルは電流 I の位相が電圧 V に対して $\pi/2$ rad 遅れている。コンデンサは $\pi/2$ rad 進んでいる。それぞれ $e^{j\theta}$ を使って、(c)で位相を極座標で表す。

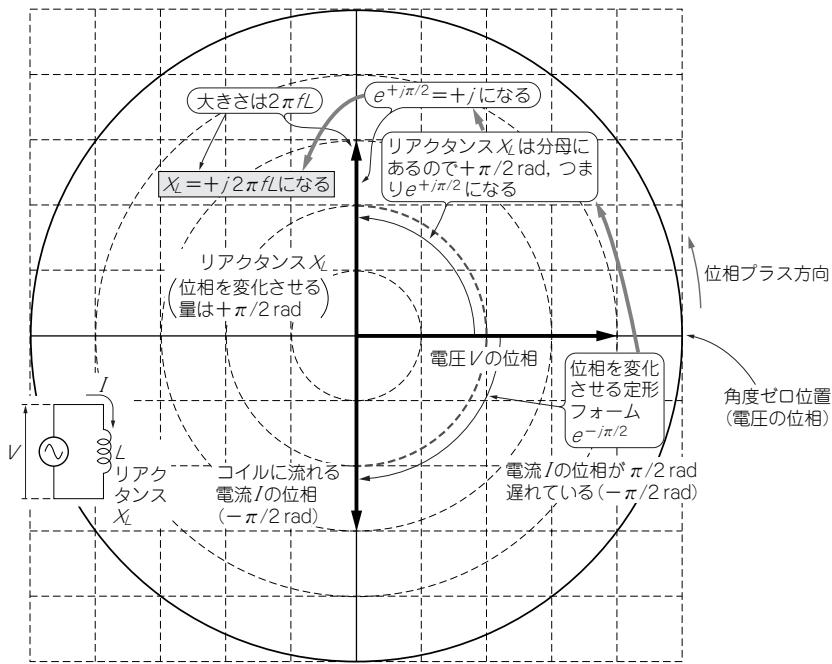


図7-2 コイルに加わる電圧 V と流れる電流 I を極座標で示し、コイルのリアクタンス X_L の $e^{+j\pi/2} = +j$ を説明する
 コイルのリアクタンス X_L は $[X_L \text{の大きさ}] \times e^{+j\pi/2} = +j2\pi fL$ になる。定型フォームでの $+\pi/2 \text{ rad}$ (90°) は、虚数 $+j$ だけで表すことができる。

素として電圧と電流の関係をつないでみると、

$$\begin{aligned} & V e^{j0} [\text{V}] \\ & \frac{[\text{リアクタンス } X_L \text{の大きさ}] e^{+j\pi/2} [\Omega]}{=} \\ & = I e^{-j\pi/2} [\text{A}] \dots\dots\dots (7-1) \\ & [\text{リアクタンス } X_L \text{の大きさ}] = V/I \\ & = 2\pi fL \Rightarrow \text{単なる「大きさ」のみ} \end{aligned}$$

$e^{+j\pi/2} \Rightarrow$ 位相を $+\pi/2 \text{ rad}$ 変化させる定型フォームと考えることができます。 $e^{-j\pi/2}$ で、電流 I の位相が $\pi/2$

rad 遅れていることを表しています。

リアクタンス X_L は分母にあります。電流 I とリアクタンス X_L とは逆数の関係なので[第6章の(公式2)]のように、電流 I の位相が $-\pi/2 \text{ rad}$ なので、 $j\theta$ の部分の符号が(位相量のプラス/マイナスが)反対の $e^{+j\pi/2}$ になっています。

▶ コイルの $e^{+j\pi/2}$ は“ $+j$ ”だけで表される
 コイルのリアクタンス X_L は図7-2のように、

$$\begin{aligned} X_L &= [X_L \text{の大きさ}] \times e^{+j\pi/2} \\ &= +j \times [X_L \text{の大きさ}] = +j2\pi fL \dots\dots (7-2) \end{aligned}$$

と、極座標と複素数とオイラーの公式の関係により、 $e^{+j\pi/2} = +j$ になります(詳しくはコラム7-2を参照)。単純な虚数 $+j$ ($j = \sqrt{-1}$) だけが残ります。つまり定型フォームでの $+\pi/2 \text{ rad}$ (90°) というのは、虚数 $+j$ だけで示されます(これは以降の実際の計算でもとても重要なこと)。

● 電流の位相が $\pi/2 \text{ rad}$ 進んでいるコンデンサでは…

コンデンサは図7-1(b)や同図(c)のように、電流 I の位相が電圧 V に対して $\pi/2 \text{ rad}$ 進んでいます。これも、

$$\begin{aligned} I &= V/X_C \\ V e^{j0} [\text{V}] &\Rightarrow \text{オームの法則} \Rightarrow I e^{+j\pi/2} [\text{A}] \end{aligned}$$

コラム7-1
どうして電気の虚数記号に i ではなく j を使う?
 本書や電気系の書籍では虚数単位 $\sqrt{-1}$ に記号“ j ”を用いています。しかし数学の授業では、虚数単位の記号は“ i ”で説明されてきたと思います。本来の数学では、虚数単位の記号は i なのですが(“imaginary number” から来ている)、電気回路理論では電流の記号に I , i が用いられるので、混乱をさけるために j が用いられているのです。しかし i でも j でも、モノは同じことを言っています。



第8章

ツール3
複素数 $e^{j\theta}$ を活用して実回路の電圧と電流の関係を計算と実験で求める
抵抗/コンデンサ/コイルを組み合わせた
回路のインピーダンスは？

第6章と第7章で説明してきたように、複素数は回路計算での「ツール」です。このツールを使えば、オームの法則で交流回路の計算さえも行うことができます。そしてその先には、より複雑な回路理論がありますが、なんとオームの法則と「位相を変化させる」複素数というツールを拡張していっただけで、それらに到達できるのです。

本章ではここまで学んできた回路理論による数学的なアプローチから、より実践的な実際の回路を用いて、それらの相互関係を考えていきます。それらがぴったりとつながり、教科書と現場のインターフェースがきちんとできていることを確認しましょう。

8-1

定型フォームを極座標で表し
X軸方向とY軸方向の成分で考えて計算する

●極座標のX軸方向成分が抵抗量、Y軸方向成分がリアクタンス量になる

前章までのおさらいも含めて、もう一度まとめてみます。

図8-1(a)は、インピーダンス $Z = 50 e^{-j\pi/6}$ を、X軸とY軸方向の目盛りも同時に振られた「極座標」上で表したものです注8-1。極座標上の点は、

- X軸目盛りで見た大きさ ⇨ 純抵抗量 R
- Y軸目盛りで見た大きさ ⇨ リアクタンス量 X であり、

$$\begin{aligned} Z &= [\text{インピーダンス } Z \text{ の大きさ}] e^{j\theta} \\ &= [\text{純抵抗量}] e^{j0} + [\text{リアクタンス量}] e^{\pm j\pi/2} \\ e^{\pm j\pi/2} &= \pm j \text{ から } (+j \text{ は位相} + \pi/2 = +90^\circ, -j \text{ は位相} - \pi/2 = -90^\circ), \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} [\text{インピーダンス } Z \text{ の大きさ}] e^{j\theta} \\ &= 1 \times [\text{純抵抗量}] \pm j \times [\text{リアクタンス量}] \end{aligned}$$

が得られ、

$$Z = R \pm jX$$

となります。図8-1(b)は、このインピーダンス Z に相当する回路です。これでインピーダンス Z の表記、「 $[Z \text{ の大きさ}] \times e^{j\theta}$ 」と「 $Z = R \pm jX$ 」との間を結び付けることができるわけです。

実際には、「 $Z = R \pm jX$ 」を用いて計算することが圧

注8-1：リアクタンス量を X とするが、ここでの「X軸方向」は「横軸方向」という意味。

倒的に多いのです。以降で例を示していきます。

●逆にX軸方向とY軸方向の成分から大きさと位相量を得るには

図8-2のように「 $Z = R \pm jX$ 」から、「 Z の大きさ」 $\times e^{j\theta}$ を得るには、第7章に出てきた次の公式を使います。

$$\begin{aligned} [\text{インピーダンス } Z \text{ の大きさ}] \\ &= \sqrt{[\text{純抵抗量}]^2 + [\text{リアクタンス量}]^2} \quad \dots (\text{公式3}) \end{aligned}$$

$$\theta = \tan^{-1} \frac{[\text{リアクタンス量}]}{[\text{純抵抗量}]} \quad \dots (\text{公式4})$$

8-2

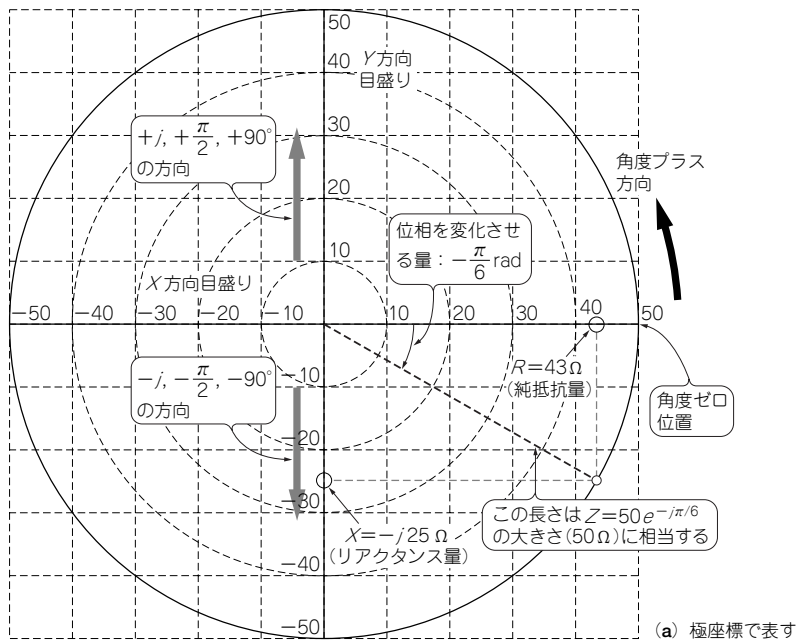
まずは測定してみよう

さて、写真8-1のような 180Ω の抵抗と $33 \mu\text{F}$ のコンデンサが直列接続された回路を考えます(実際の電子回路ではコイルよりコンデンサを多用するので、コ

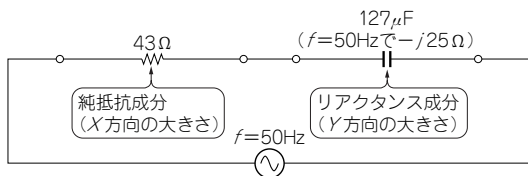


写真8-1 抵抗とリアクタンス(コンデンサ)を直列に接続した回路

180Ω の抵抗と $33 \mu\text{F}$ のコンデンサを直列に接続。実際の電子回路ではコンデンサを多用するので、コンデンサを例とした。この回路に流れる電流を求める計算をする。



(a) 極座標で表す



(b) 実際の回路(交流電圧源の周波数は50Hz. 周波数が変わればインピーダンスも変化する)

図8-1 インピーダンス $Z = 50 e^{-j\pi/6}$ とは？

リアクタンスの符号がマイナスなのは、大きさ自体がマイナスなのではなく、コンデンサのリアクタンス $25e^{-j\pi/2} = -j25 \Omega$ という意味。また図中の10~50は円の半径の大きさ(極座標ぶん)も意味している。

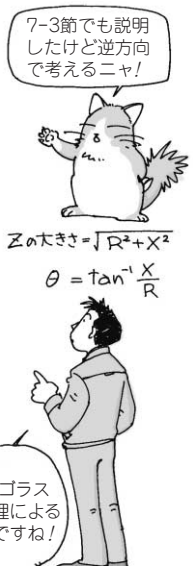
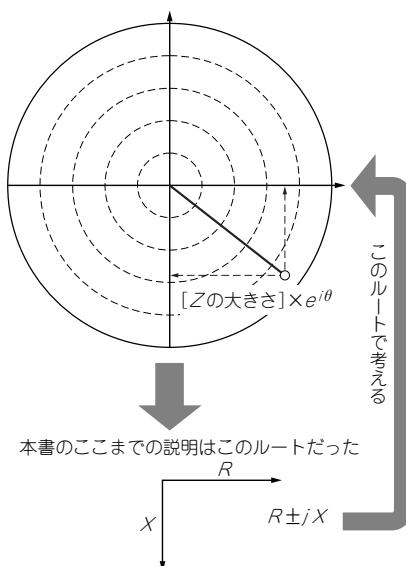
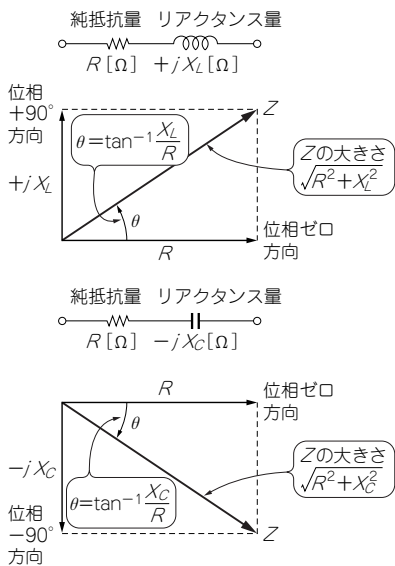


図8-2 純抵抗量とリアクタンス量からインピーダンスZの大きさと位相の量を得るには…

7-3節でも説明したが、ここではより具体的に説明する。純抵抗RとリアクタンスXが90°の関係になっているので、合成するにはピタゴラスの定理を用いればよい。ここまでの説明の逆ルートである。

第9章

ツール4

対数

想像以上に大きく変化する電圧比や電力比の細部と全体が見やすくなる 微小値から巨大値までを一つの グラフ上に表してくれる「log」

ないすう
対数とは、長さを例にすれば、ある値(例えば1 km)を基準として、陽子のサイズや分子のサイズ、太陽系のサイズ、銀河系のサイズまでも、その大きさごとに見合った比率を維持したままで、それらの値を一つのものさしで表すようなものです。つまり、机の上に乗る程度の一つの図表の上で、これらのまったく異なるスケールのもを取り扱えるものと言えます。

電子回路においても、取り扱う信号の大きさや周波数の範囲がとても広いことがあります。プロの回路設計実務では、このために対数がツールとして用いられます。まずは対数の基本的な考え方を説明し、引き続き電子回路の設計現場で日常用いられる対数について、二つの章に分けて、その使い方を説明していきましょう。

9-1

電子回路が取り扱う大きさの範囲は とても広い

対数は、電子回路の動きを見やすい形でグラフ/数値化できるツールです。数学的に深いところに入り込まずに、回路計算で知っていればよいレベルをここでは見極めてみましょう。

●電圧の大きさはどのくらいの範囲を扱うか

実際の電子回路を設計するという視点で見ると、「部品の精度がかなり悪い」と言っても数パーセントのオーダですが、取り扱う信号の大きさの範囲となるとかなり広がります。視点は電子回路ですが、範囲という考えでは図9-1と同じだと言えます。

▶音響システムの場合は数mV～数百V

マイクの入力を一例として考えてみると、ささやき声から叫び声まで、とても広い範囲の大きさの信号が入ってきます。ドーム球場で開催されるような大型コンサートで、歌手の歌声を拾うマイクの信号の大きさ(数mV程度)を大出力アンプで増幅して、ドーム天井にある大型スピーカを大音響で鳴らす(数百V程度)などという場合は、その取り扱う電圧の大きさの範囲はかなり広がります。

広い範囲とは言っても、これらを一つのグラフとして図式化したときに、マイクの1mVと2mVとは区別でき、スピーカを駆動する100Vと200Vも区別して図中で見えるようにしておきたいですね。

▶深宇宙探査衛星の場合は天文学的！

また、深宇宙探査衛星が海王星あたりから数十W

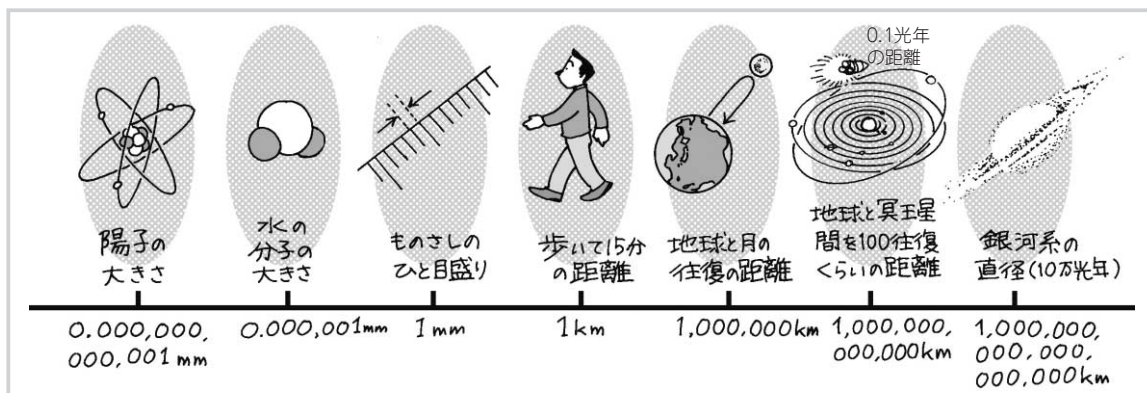


図9-1 陽子のサイズから銀河系のサイズまで…広範囲の数を一つの図で扱う場面が電子回路にもある
長さを例にすれば、たとえば1 kmを基準として、陽子のサイズ、分子のサイズ、太陽系のサイズ、銀河系のサイズまで、その大きさに見合った比率を維持したまま、机の上に乗る程度の一つの図表のうえで表したいことがある。対数はそれができるツール。

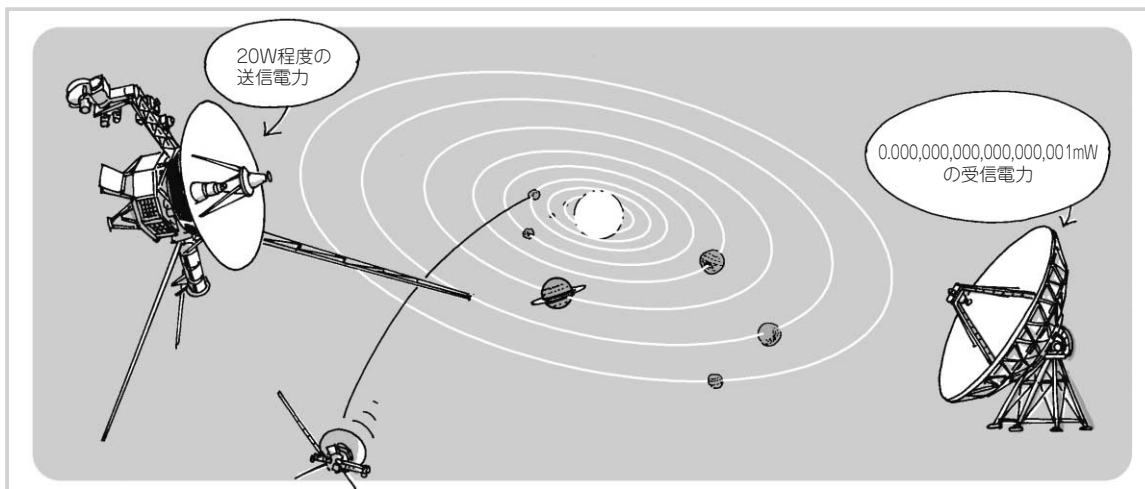


図9-2 電子回路でも本当に天文学的な数の範囲を扱う場合もある

深宇宙探査衛星は海王星あたりから20 W程度の送信出力で映像を送り出す。大型パラボラ・アンテナでも受信レベルは0.000,000,000,000,000,001 mW程度になる。これを再度かなりの増幅率で増幅する。

の送信出力で映像を送ってくる無線信号の場合などは、大型パラボラ・アンテナで受信した出力のレベルでも大体0.000,000,000,000,000,001 mW (10^{-18} mW)程度になります(図9-2)。この微小な無線信号のレベルから、アナログ-デジタル変換回路で認識できる数Vのレベルまで増幅するにはかなりの増幅率が必要です。

これも「天文学的数値」ともいえるような(宇宙探査なので当然天文学だが)範囲の大きさを取り扱う電子回路システムだといえます。この数Vのレベルから天文学的微小なレベルも、一つのグラフだとか、見やすい数値の形で、何とか表しておきたいですね。

●周波数はどのくらいの範囲と分解能が必要か

周波数についても同じです。オーディオ機器などの場合は数Hzから数十kHzという、これも非常に広い範囲の周波数を取り扱います。「数Hzから数十kHz? その間を単純に直線的に考えればいいんでしょ?」という疑問も当然出てくるでしょう。

ところが実際は、10 Hz対20 Hzと、10 kHz対20 kHzとの関係は、同じ分解能でグラフ上で見分けたいのです。

▶ピアノを例にしてみると周波数に応じた分解能の意味が理解できる

これは例えば、写真9-1のようなピアノでは、①のド(131 Hz)と、②のド(262 Hz)は1オクターブ(周波数で2倍)、かつ③のド(1047 Hz)と④のド(2093 Hz)も1オクターブの関係になっています。この例から、「周波数に応じた同じ比率の分解能で見分けたい」という意味合いがわかってもらえるかと思います。

しかし「10 Hz対20 Hz」と「10 kHz対20 kHz」との関係をも、図9-3のように普通のグラフで表してしまうと、10 Hzと20 Hzの違いを見分けることができません。

●対数は電子回路を「見える化」する実際のツール

これらを解決するのが「対数」です。学校の数学の



写真9-1 ピアノの鍵盤に見られるキーの周波数関係が実は対数

周波数に応じた同じ比率の分解能で見分けたい例。①のド(131Hz)と②のド(262Hz)は1オクターブ(周波数で2倍)、かつ③のド(1047Hz)と④のド(2093Hz)も1オクターブの関係。